

Zentralabitur 2020	Mathematik	Erwartungshorizont
Wahlteil Rechnertyp: GTR	eA	Block 1 Gymnasium Gesamtschule

Fortsetzung Aufgabe 1A

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: _____

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Prüfungsleistungen	AFB	BE 1	BE 2
d)	Für alle Werte von k verläuft der Graph von s_k durch den Koordinatenursprung. Also gehört der Ausschnitt I zum Ableitungsgraphen von s_k . Mit dem positiven Funktionswert von s'_k an der Stelle null folgt, dass der Graph von s_k die x -Achse dort mit einem Vorzeichenwechsel von Minus nach Plus schneidet. Der Graph von s_k hat also zwischen dem Koordinatenursprung und der in Abbildung 2 dargestellten Nullstelle noch mindestens eine weitere Nullstelle. Da der Funktionsterm von s_k nur ungerade Exponenten besitzt, ist der Graph von s_k punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung. Mit dem höchsten Exponenten 5 folgt, dass der Graph von s_k insgesamt fünf Nullstellen besitzt.	II/III	6	
Summe:			46	
Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.				

Zentralabitur 2020	Mathematik	Erwartungshorizont
Wahlteil Rechnertyp: GTR	eA	Block 1 Gymnasium Gesamtschule

Aufgabe 1B

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: _____

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Prüfungsleistungen	AFB	BE 1	BE 2	
a)	<p>$f(0,5) = 0,4375$ Das Aktivitätsmaß beträgt etwa 0,44.</p> <p>Markierung des Intervalls von etwa 0,2 bis etwa 1,8 auf der x-Achse</p> <p>$f(x) = 0,4 \Rightarrow x \approx 0,42$ Für alle Werte, die größer als etwa 0,42 sind, wird das Aktivitätsmaß von 0,4 überschritten.</p> <p>Die durchschnittliche Änderungsrate im Intervall $[0 ; 2]$ beträgt $\frac{f(2)-f(0)}{2-0} = 0,5$.</p> <p>Aus $f'(x) = 0,5$ ergeben sich mithilfe der Rechnerfunktionen $x_1 \approx 0,42$ und $x_2 \approx 1,58$. Die gesuchten Eingangswerte sind also etwa 0,42 und 1,58.</p>	I I I I/II	2 2 3 5		
b)	<p>An der Grafik erkennt man z. B., dass f das zweite Kriterium nicht erfüllt, denn an der Stelle 1 ist die Steigung kleiner als an anderen Stellen. Da ein Kriterium nicht erfüllt ist, ist f somit als Aktivierungsfunktion nicht besonders geeignet.</p> <p>Der Graph von g' verläuft im Intervall $[0;2]$ oberhalb der x-Achse.</p> <p>Somit ist g monoton wachsend.</p> <p>Der Graph von g hat im betrachteten Intervall seine größte Steigung an der Stelle, an der die Ableitung im betrachteten Intervall ihr Maximum besitzt. Mithilfe der Rechnerfunktionen ergibt sich die Stelle 1. Also liegt in der Intervallmitte die größte Steigung vor und das zweite Kriterium ist für g erfüllt.</p> <p>Es ist $\int_0^2 g(x) dx = 1$ und $\int_0^1 g(x) dx \approx 0,21 < 0,25$. Damit erfüllt g alle drei Kriterien und ist daher als Aktivierungsfunktion besonders geeignet.</p>	I/II I/II I/II II	3 3 4 5		
c)	<p>Der Graph von g ist punktsymmetrisch, wenn für alle Werte von a zwischen 0 und 1 gilt $g(1+a) - g(1) = g(1) - g(1-a)$.</p> <p>Da sowohl der Graph von g als auch die Gerade h durch die Punkte A und C punktsymmetrisch zum Punkt $P(1 g(1))$ sind, sind die Flächen A_1 und A_2 gleich groß.</p> <p>Der Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen von g und der x-Achse ist somit gleich dem Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen von h und der x-Achse im Intervall $[0 ; 2]$. Diese Fläche lässt sich in das Dreieck ABC und ein Rechteck mit den Eckpunkten $(0 0)$, A, B und $(2 0)$ zerlegen.</p>		II/III II/III	4 4	

Zentralabitur 2020	Mathematik	Erwartungshorizont
Wahlteil Rechnertyp: GTR	eA	Block 1 Gymnasium Gesamtschule

Fortsetzung Aufgabe 1B

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: _____

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Prüfungsleistungen	AFB	BE 1	BE 2
d)	<p>$f_{-0,6}$ gehört zu Graph II, $f_{1,1}$ gehört zu Graph I, f_2 gehört zu Graph III.</p> <p>$f_k''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ Da für jeden Wert von k außerdem $f_k(1) = 0,5$ gilt, hat der Parameter k keinen Einfluss auf die Koordinaten der Wendepunkte der Graphen von f_k.</p> <p>Der Graph von f_k hat genau dann nur eine Nullstelle, wenn x_2 und x_3 nicht existieren. Es gilt $k^2 - 2k < 0 \Leftrightarrow 0 < k < 2$.</p> <p>Der Graph von f_k hat an der Stelle 1 die Steigung $f_k'(1) = 3k - 6k + 2k + 0,5 = 0,5 - k < 0,5$ für $0 < k < 2$.</p> <p>Somit gibt es keinen Wert von k so, dass f_k die geforderten Eigenschaften hat.</p>	I II II/III	2 4 5	
	Summe:		46	
<p>Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.</p>				

Zentralabitur 2020	Mathematik	Erwartungshorizont
Wahlteil Rechnertyp: GTR	eA	Block 2
		Gymnasium Gesamtschule

Aufgabe 2A

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: _____

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Prüfungsleistungen	AFB	BE 1	BE 2												
a)	<p>Liegt eine 0 unten, nimmt X den Wert $6 = 1+2+3$ an, bei einer 1 den Wert $5 = 2+3$, bei einer 2 den Wert $4 = 1+3$ und bei einer 3 den Wert $3 = 1+2$. Mögliches Ereignis: Beim einmaligen Spielen werden 3 € oder 6 € ausgezahlt. $E(X) = 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 5$. Der Erwartungswert des ausgezahlten Betrags ist gleich dem eingezahlten Betrag. Somit ist das Spiel fair. z beschreibt den gesuchten Zahlenwert.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td>k</td> <td>$3+z$</td> <td>$4+z$</td> <td>$5+z$</td> <td>$6+z$</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>$P(X=k)$</td> <td>$\frac{1}{6}$</td> <td>$\frac{1}{6}$</td> <td>$\frac{1}{6}$</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td>$\frac{1}{6}$</td> </tr> </table> <p>$(3+z) \cdot \frac{1}{6} + (4+z) \cdot \frac{1}{6} + (5+z) \cdot \frac{1}{6} + (6+z) \cdot \frac{1}{3} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 7,5$ liefert die Lösung $z = 3$.</p>	k	$3+z$	$4+z$	$5+z$	$6+z$	6	$P(X=k)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	I I I/II	2 2 4	
k	$3+z$	$4+z$	$5+z$	$6+z$	6											
$P(X=k)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$											
b)	<p>Die Zufallsgröße Y kann mit $n = 10$ und $p = 0,5$ als binomialverteilt angenommen werden. Die Wahrscheinlichkeit für mindestens 3 Spiele mit einer Auszahlung von 6 € beträgt $P(Y \geq 3) \approx 0,945$. Die Wahrscheinlichkeit für höchstens 6 Spiele mit einer Auszahlung von weniger als 6 € beträgt $P(Y \geq 4) \approx 0,828$. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße Y ist wegen $p = 0,5$ symmetrisch zu ihrem Erwartungswert $E(Y) = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5$. Die Werte 3 und 7 liegen ebenfalls symmetrisch zu $E(Y)$. 59 € werden in der Summe ausgezahlt, wenn bei 9 Spielen 6 € und bei einem 5 € ausgezahlt werden. $P(Y = 9)$ gibt die Wahrscheinlichkeit für 9 Spiele mit einer Auszahlung von 6 € an. Diese muss durch 3 dividiert werden, da für das übrige Spiel 3 gleichwahrscheinliche Ergebnisse möglich sind.</p>	I/II II II/III	5 4 3													
Summe:			24													
<p>Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.</p>																

Zentralabitur 2020	Mathematik	Erwartungshorizont
Wahlteil Rechnertyp: GTR	eA	Block 2
		Gymnasium Gesamtschule

Aufgabe 2B

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: _____

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

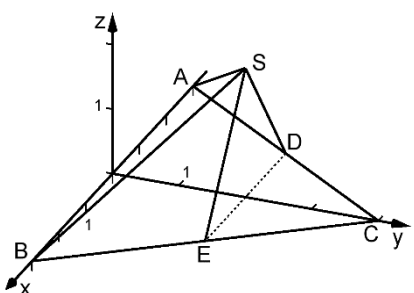
	Erwartete Prüfungsleistungen	AFB	BE 1	BE 2
a)	<p>Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Füllgewicht zwischen 124,5 g und 125,4 g liegt, beträgt $P(124,5 \leq X \leq 125,4) \approx 0,178$.</p> <p>Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Füllgewicht über 127,0 g liegt, beträgt $P(X > 127) \approx 0,159$.</p> <p>Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Füllgewicht höchstens 122,0 g oder mindestens 128,0 g beträgt, ist $P(X \leq 122) + P(X \geq 128) \approx 0,134$.</p> <p>Der Ansatz $\int_a^{\infty} \varphi_{125,2}(x) dx = 0,95$ liefert $a \approx 121,7$.</p> <p>Das gesuchte Gewicht beträgt etwa 121,7 g.</p>	I I I I/II	2 2 2 4	
b)	<p>Y: Anzahl der Packungen mit einem Füllgewicht unter 120,5 g Y ist binomialverteilt mit $n = 500$ und $p = P(X < 120,5)$ mit $P(X < 120,5) = 0,012\dots$ Mehr als 2 % von 500 Packungen sind mehr als 10 Packungen. $P(Y > 10) \approx 0,046$</p> <p>Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 2 % der Packungen ein zu geringes Füllgewicht haben, beträgt also etwa 4,6 %.</p> <p>Z: Anzahl der Lieferungen, bei denen mehr als 2 % der Packungen ein zu geringes Füllgewicht haben Z ist binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = P(Y > 10)$. $P(Z \leq 1) \approx 0,924$</p> <p>Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei höchstens einer dieser Lieferungen mehr als 2 % der Packungen ein zu geringes Füllgewicht haben, beträgt etwa 0,924. (Mit $p = 0,046$ erhält man $P(Z \leq 1) \approx 0,926$.)</p>	II II/III	6 4	
c)	<p>Für $a = 125 + x$ und $b = 125 + 2x$ liefert der Ansatz $P(a \leq X \leq b) = 0,1$ die Lösungen x_1 und x_2 mit $x_1 \approx 0,5$ und $x_2 \approx 2,5$.</p> <p>Für $a_1 = 125,5$ und $a_2 = 127,5$ gilt die Gleichung $P(a \leq X \leq b) = 0,1$.</p>	II/III	4	
	Summe:		24	
<p>Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.</p>				

Zentralabitur 2020	Mathematik	Erwartungshorizont
Wahlteil Rechnertyp: GTR	eA	Block 3 Gymnasium Gesamtschule

Aufgabe 3A

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling:

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Prüfungsleistungen	AFB	BE 1	BE 2
a)	 <p>Die Grundfläche ABED liegt in der xy-Ebene.</p> <p>Normalenvektor der xy-Ebene: $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$</p> $\cos(\alpha) = \frac{\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}} = \frac{3}{\sqrt{34}} \Rightarrow \alpha \approx 59^\circ$ <p>Die Gerade h verläuft durch die Pyramidenspitze S und den Punkt M.</p> $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + m \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}; g: \vec{x} = s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ <p>$g \cap h$ führt auf die Lösung $m = \frac{1}{5}$. Also teilt g die Strecke u im Verhältnis 1 : 4.</p>	I	3	
		I/II	3	
		II	5	
b)	<p>Die Faltlinie \overline{DE} schneidet die y-Achse senkrecht und liegt in der xy-Ebene. Da zusätzlich C auf der y-Achse liegt, bleibt beim Falten der ursprüngliche Punkt C in der yz-Ebene. Sein Abstand vom Schnittpunkt der Faltlinie \overline{DE} mit der y-Achse hat stets den gleichen Wert. Er bewegt sich also beim Falten auch auf einer Kreisbahn.</p>	I/II	4	
c)	<p>\overline{CA} kann beschrieben werden durch $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} \\ -\frac{4}{5} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5}k \\ 4 - \frac{4}{5}k \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $k \in [0; 5]$.</p> <p>Mit den angegebenen Koordinaten werden die möglichen Punkte D_k beschrieben.</p> <p>Das Dreieck $S_k D_k E$ ist am Punkt D_k rechtwinklig, wenn gilt: $\overline{AC} \perp \overline{ED_k}$.</p> <p>Mit $\overline{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\overline{ED_k} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5}k - \frac{3}{2} \\ 2 - \frac{4}{5}k \\ 0 \end{pmatrix}$ liefert $\overline{AC} \cdot \overline{ED_k} = 0$ die Lösung $k = 0,7$.</p> <p>Für $k = 0,7$ ist das Dreieck $S_k D_k E$ am Punkt D_k rechtwinklig.</p>	I/II	3	
		II/III	6	
Summe:			24	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Zentralabitur 2020	Mathematik	Erwartungshorizont
Wahlteil Rechnertyp: GTR	eA	Block 3 Gymnasium Gesamtschule

Aufgabe 3B

Erwartungshorizont / Bewertungsbogen für den Prüfling: _____

(AFB: Anforderungsbereiche; BE 1: erreichbare Bewertungseinheiten; BE 2: vom o. a. Prüfling erreichte Bewertungseinheiten)

	Erwartete Prüfungsleistungen	AFB	BE 1	BE 2
a)	$\vec{n} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = 0 \wedge \vec{n} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \vec{n}$ ist ein Normalenvektor von E. Wegen $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ist S ein gemeinsamer Punkt von g und E. Mit $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ gilt: $\sin(\alpha) = \frac{ \vec{n} \cdot \vec{u} }{ \vec{n} \cdot \vec{u} } = \frac{4}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{5}} \Rightarrow \alpha \approx 28,6^\circ$. H hat den Normalenvektor \vec{n} . Aus $\vec{n} \cdot \vec{OP} = 3$ folgt, dass $3x + 2y + z = 3$ eine Koordinatengleichung von H ist. Einsetzen der Koordinaten von g in die Gleichung von H ergibt $3 \cdot (1 - 2r) + 2 \cdot (1 + r) - 4 = 3$ und damit $r = -0,5$. Der Schnittpunkt von g und H ist damit T(2 0,5 -4). Abstand von S und T: $\sqrt{(1-2)^2 + (1-0,5)^2 + (-4 - (-4))^2} \approx 1,1$	I	4	
		I/II	3	
		I/II	6	
b)	Für $a = -1$ stimmen die Normalenvektoren von E und E_a überein. Die Koordinaten von S erfüllen auch die Gleichung $3x + 2y + z = 1$ von E_{-1} . Damit gilt $E = E_{-1}$. Wegen $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2+a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = -4$ ist der Normalenvektor von E_a für kein a orthogonal zum Richtungsvektor von g. g liegt also in keiner der Ebenen E_a .	II	2	
		II	3	
c)	Für die z-Koordinate von Z gilt $(a + 2) \cdot z = 3a + 4$ und damit $z = \frac{3a+4}{a+2}$. Klassifikation zum Beispiel nach $z = 0$, $z > 0$ und $z < 0$. E_a mit $a = -\frac{4}{3}$ schneidet die z-Achse im Ursprung. Für $-2 < a < -\frac{4}{3}$ liegt Z auf der negativen z-Achse. Für $a < -2$ oder $a > -\frac{4}{3}$ liegt Z auf der positiven z-Achse.	II/III	6	
Summe:			24	

Die vom Prüfling gewählten Lösungsansätze und -wege müssen nicht mit denen der dargestellten Lösungsskizze identisch sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechenden Bewertungseinheiten unter Berücksichtigung der verbindlichen BE 1 bewertet.

Zentralabitur 2020	Mathematik	Erwartungshorizont
Pflichtteil/Wahlteil	eA	Bewertung
		Gymnasium Gesamtschule

Zum **Erwartungshorizont**:

Der Erwartungshorizont ist Grundlage der Bewertung. Er nennt zentrale Aspekte der erwarteten Prüfungsleistung. Die jeweils angegebenen Bewertungseinheiten (BE) können in vollem Umfang nur vergeben werden, wenn die Lösung die im Erwartungshorizont aufgeführten inhaltlichen Teilaspekte umfasst und auch Schlüssigkeit in der Argumentation aufweist.

Je nach gewähltem Lösungsansatz sind häufig alternative Bearbeitungen der Aufgabenstellungen denkbar, die entsprechend ihrer fachlichen Richtigkeit angemessen zu bewerten sind.

Die rechts stehenden Bewertungseinheiten sind verbindlich. Bei der Vergabe der Bewertungseinheiten (BE) sind halbe BE zulässig.

Bei der Korrektur, Bewertung und Beurteilung sind die Bemerkungen gemäß der Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife vom 18.10.2012 (Abschnitt 3.2.1.3 Bewertung der Prüfungsleistung) zu beachten.

Folgender **Bewertungsmaßstab** ist bezogen auf die Gesamtzahl von 120 BE anzuwenden:

Ab Prozent	95	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	33	27	20	00
Punkte	15	14	13	12	11	10	09	08	07	06	05	04	03	02	01	00

Bezug der Wahlaufgaben zum Kerncurriculum und zu den Bildungsstandards:

Wahl- aufgabe		Leitidee					Allgemeine mathematische Kompetenzen					
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6
1A	a	X			X				X	X	X	X
	b	X	X		X		X		X	X	X	X
	c	X	X		X		X		X	X	X	X
	d				X		X	X		X	X	X
1B	a	X	X		X				X	X	X	X
	b	X	X		X		X		X	X	X	X
	c	X	X		X		X	X		X	X	X
	d	X	X		X		X			X	X	X
2A	a	X			X	X	X	X			X	X
	b					X	X	X			X	X
2B	a		X		X	X		X		X	X	X
	b		X			X		X		X	X	X
	c				X	X	X			X	X	X
3A	a	X	X	X					X	X	X	
	b			X			X		X	X		X
	c	X	X	X			X	X	X	X	X	
3B	a		X	X				X		X	X	X
	b		X	X	X		X					X
	c		X	X	X		X	X				X